Exercices du chapitre 4 : asservissements analogiques linéaires

1°) - asservissement du premier ordre (BTS IRIS)

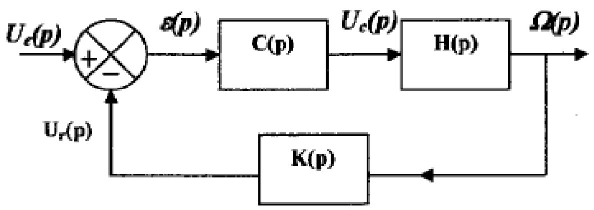
PARTIE II (6 points)
Système asservi à correction analogique

Sur le schéma bloc de l'asservissement de la vitesse de rotation du moteur représenté ci-dessous, les notations employées sont les suivantes :

$U_e(p)$, $U_c(p)$, $U_r(p)$ sont les transformées de Laplace respectives des tensions : $u_e(t)$, $u_c(t)$, $u_r(t)$

$\varepsilon(p)$ est la transformée de Laplace de la tension d'erreur : $\varepsilon(t) = [u_e(t) - u_r(t)]$

$\Omega(p)$ est la transformée de Laplace de la vitesse angulaire $\Omega(t)$.



Fonction de transfert du moteur :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U_C(p)} = \frac{Ho}{1+\tau\, p}$$

avec :

$H_0 = 0{,}54\ \mathrm{rad.s^{-1}.V^{-1}}$

$\tau = 50\ \mathrm{ms}$

Fonction de transfert du correcteur :

$C(p) = C$

Fonction de transfert du capteur :

$K(p) = K$ avec $K = 1\ \mathrm{V.s.\ rad^{-1}}$

II.1. Étude en boucle fermée.

II.1.1. Citer un capteur permettant de réaliser la chaîne de retour.

II.1.2. La transmittance isomorphe en boucle fermée du système est définie par :

$$T_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{U_e(p)}$$

II.1.2.1. Établir l'expression littérale de $T_{BF}(p)$

II.1.2.2. En déduire qu'elle peut se mettre sous la forme : $T_{BF}(p) = \dfrac{T_{01}}{1+\tau_1 p}$

Préciser les expressions de T_{01} et τ_1 en fonction de H_0, C, K et τ.

II.2. Application à la réponse indicielle.

La tension $u_e(t)$ appliquée à l'entrée du système est un échelon de tension :

$u_e(t) = 0$ pour $t < 0$ et $u_e(t) = U_e = 100\ \mathrm{V}$ pour $t \geq 0$

II.2.1. Détermination de la vitesse de rotation en régime permanent.
On rappelle que $\Omega(p)$ désigne la transformée de Laplace de la réponse en vitesse $\Omega(t)$ à cet échelon.

II.2.1.1. Donner l'expression littérale de la transformée de Laplace de la tension $u_e(t)$.

II.2.1.2. Montrer que $\Omega(p)$ peut se mettre sous la forme : $\Omega(p) = \dfrac{a}{p(1+b\ p)}$

Préciser les expressions littérales de a et b.

II.2.1.3. En déduire l'expression littérale de $\Omega(t)$ en fonction de a et de b.

II.2.1.4. Le correcteur est réglé à $C = 2{,}31$. Calculer la valeur numérique de la vitesse angulaire Ω_2 en régime permanent définie par : $\Omega_2 = \lim\limits_{t\to+\infty} \Omega(t)$

II.2.1.5 : Avec C= 2,31, calculer les valeurs du temps de réponse des systèmes en BO et en BF. Comparer ces deux temps de réponse. Quel est l'intérêt de faire travailler le système en BF ?

II.2.2. Détermination de la précision du système.

On rappelle que l'erreur est définie par la relation : $\varepsilon(t) = [u_e(t) - u_r(t)]$ et que $\varepsilon(p)$ désigne sa transformée de Laplace.

II.2.2.1. Montrer que $\varepsilon(p)$ peut s'écrire : $\varepsilon(p) = \dfrac{U_e(p)}{1 + C(p)\ K(p)\ H(p)}$

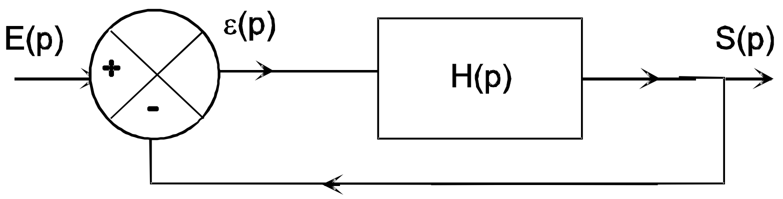
II.2.2.2. L'erreur en régime permanent est définie par $\lim\limits_{t \to +\infty} \varepsilon(t)$

En appliquant le théorème de la valeur finale (voir formulaire), établir l'expression littérale de cette limite.

II.2.2.3. Sur quel paramètre de l'asservissement peut-on agir pour augmenter la précision du système ?

2°) - asservissement d'un système du second ordre (stabilité).

Soit un système asservi à retour unitaire ayant un processus du second ordre H(p) tel que :.



$$H(p) = \frac{H_0}{(1+\tau_1.p).(1+\tau_2.p)}$$

Un relevé expérimental du système en boucle ouverte a donné le diagramme de Bode du système fourni en annexe

2.1- Sachant que la fonction de transfert en boucle ouverte est de la forme, déterminer les trois constantes H_0, τ_1, τ_2.

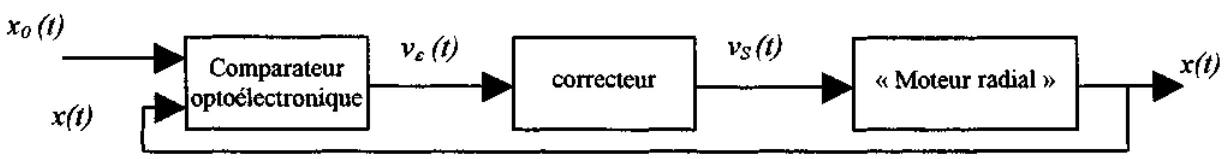
2.2- Déterminer la marge de phase du système.

2.3- On veut obtenir un système présentant une marge de phase de **45°.** Pour cela on va placer dans la chaîne directe un amplificateur d'amplification H_1. Quelle valeur faut-il donner à H_1 ?

3°) - Stabilité et précision d'un asservissement du second ordre.

Étude de l'asservissement du « moteur radial ».

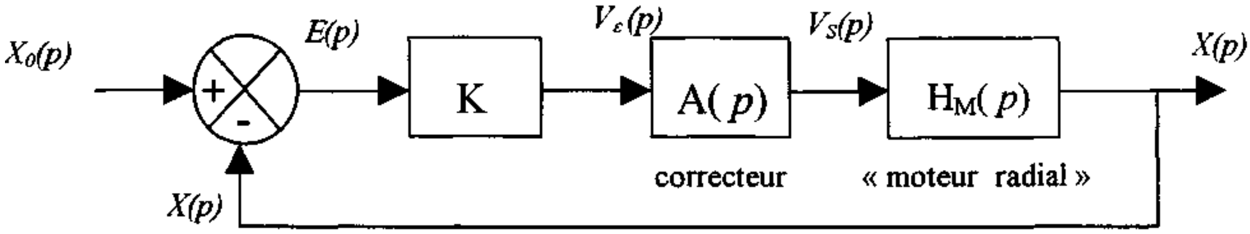
Le moteur de lecteur CD doit être asservi en position, afin que le faisceau laser suive en



permanence la piste. Le schéma fonctionnel du système asservi est le suivant :

$x_0(t)$ représente la position de la piste par rapport au centre du disque.

x(t) représente la position du faisceau laser par rapport au centre du disque.
On désigne par ε(t) l'erreur de position. On pose : $\varepsilon(t) = x_0(t) - x(t)$
Le comparateur optoélectronique délivre une tension d'erreur : $v_\varepsilon(t) = K\,\varepsilon(t)$.
Le modèle opérationnel de ce système asservi de position est :



$X_0(p)$, $E(p)$, $V_\varepsilon(p)$, $V_s(p)$, $X(p)$ sont les transformées de Laplace de $x_0(t)$, $\varepsilon(t)$, $v_\varepsilon(t)$, ...

III .1. Étude de la précision de l'asservissement.

Montrer que la transformée de Laplace E(p) du signal d'erreur est :

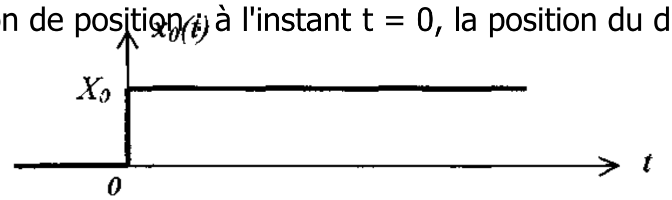
$$E(p) = \frac{1}{1 + \mathrm{K}\,\mathrm{A}(p)\,\mathrm{H}_M(p)} X_0(p)$$

On effectue une correction proportionnelle : A(p) = A (A une constante positive).
On donne la transmittance du « moteur radial » :

$$H_M(p) = \frac{H_{M0}}{p(1 + a\,p + b\,p^2)}$$

Dans cette formule, H_{M0}, a et b sont des paramètres constants.

Etude de la précision de l'asservissement : on se propose d'étudier la réponse de l'asservissement à un échelon de position : à l'instant t = 0, la position du disque varie brusquement de 0 à X_0.



Déterminer la valeur $e(t \to \infty)$ de l'erreur en régime établi. (on rappelle en fin de sujet que $\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{p \to 0} p.F(p)$). Que peut-on dire de la précision du système asservi ?

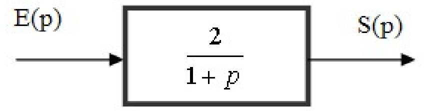
Etude de la stabilité de l'asservissement.
Le diagramme de Bode de la transmittance en boucle $T_{BO}(j.\omega)$ est donné sur la feuille-réponse en annexe.

Sur la feuille-réponse, effectuer la construction permettant de déterminer la marge de phase Mφ du système et relever sa valeur numérique.

Cette valeur est-elle suffisante ? Justifier la réponse.

4°) - Étude complète de la correction d'un système bouclé du premier ordre.

1°) - Nous prenons le cas simple d'un système du premier ordre.



Transmittance en boucle ouverte :

$$T_{BO}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{2}{1+p}$$

Travail : Pour cet exemple, donner :

- *L'expression de S(p) en réponse indicielle.*
- *L'expression de s(t) correspondante.*
- *Le temps de réponse à 5% $tr_{5\%}$.*
- *L'erreur statique en utilisant le théorème de la valeur finale.*
- *La représentation graphique de la réponse s(t).*

● *Comparer ce résultat à la fig 1.*

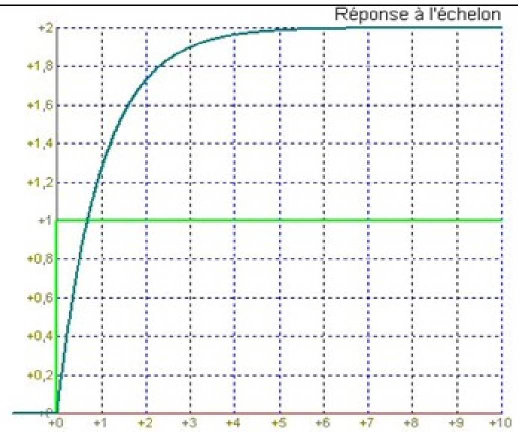
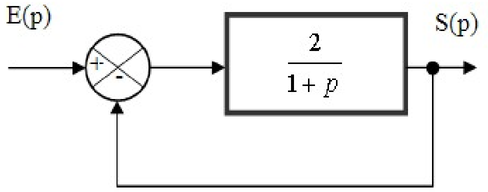


fig1

2°) - Bouclage du système par retour unitaire.



Transmittance en boucle fermée :

$$T_{BF}(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{2}{1+p}}{1+\frac{2}{1+p}} = \frac{T_{BO}(p)}{1+T_{BO}(p)} = \frac{2}{3+p}$$

Travail : Pour cet exemple, donner :

- *L'expression de S(p) en réponse indicielle.*
- *L'expression de s(t) correspondante.*
- *Le temps de réponse à 5% $tr_{5\%}$.*
- *L'erreur statique en utilisant le théorème de la valeur finale.*
- *La représentation graphique de la réponse s(t)*

● *Comparer ce résultat à la fig 2.*

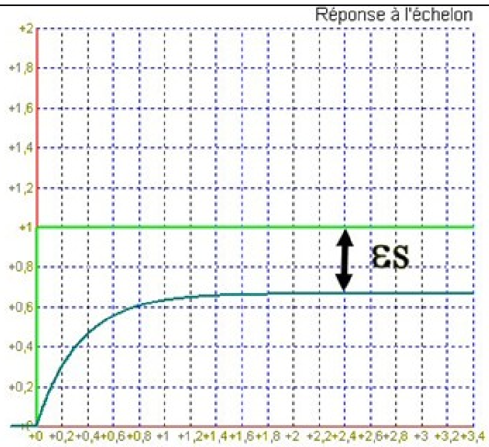
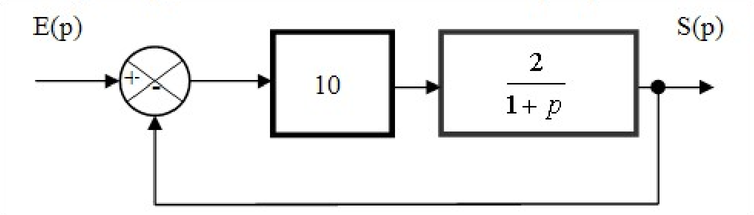


fig2

3°) - Application d'un correcteur proportionnel.



Transmittance en boucle fermée :

$$T_{BF}(p) = \frac{\frac{20}{1+p}}{1+\frac{20}{1+p}} = \frac{20}{21+p}$$

Travail : Pour cet exemple, donner :

- *L'expression de S(p) en réponse indicielle.*
- *L'expression de s(t) correspondante.*
- *Le temps de réponse à 5% $tr_{5\%}$.*
- *L'erreur statique.*

● Retrouver ces valeurs sur la fig 3

● Quelle est l'action du correcteur proportionnel sur le temps de réponse et sur l'erreur statique ?

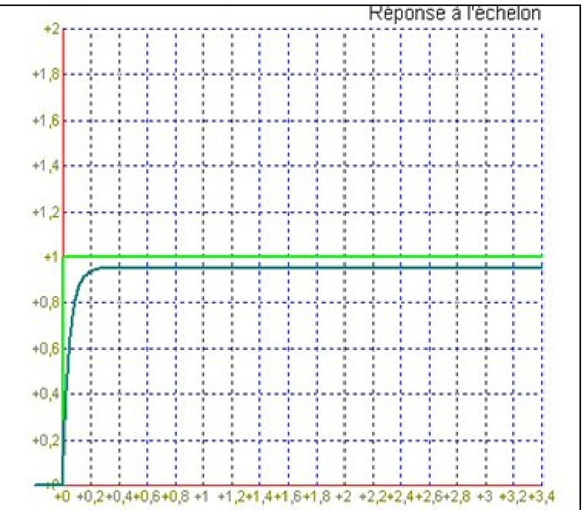
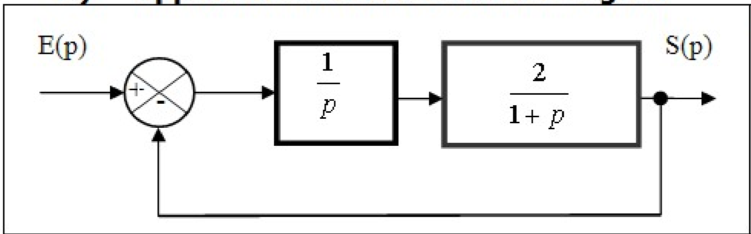


fig3

4°) - Application d'un correcteur intégral.



Transmittance BF :

$$T_{BF}(p) = \frac{\frac{2}{p(1+p)}}{1+\frac{2}{p(1+p)}} = \frac{2}{2+p+p^2}$$

Travail : Pour cet exemple, donner :

- *L'expression de S(p) en réponse indicielle.*
- *L'expression de s(t) correspondante.*
- *Le temps de réponse à 5% $tr_{5\%}$ en utilisant l'abaque approprié.*
- *L'erreur statique du système.*
- *La marge de phase (utiliser le diagramme de Bode n°1 en annexe correspondant à la transmittance en boucle ouverte $T_{BO}(p)$).*

● Retrouvez vos valeurs sur la fig 4. Le système est-il stable ?

● Quelle est l'action du correcteur intégral sur le temps de réponse et sur l'erreur statique ?

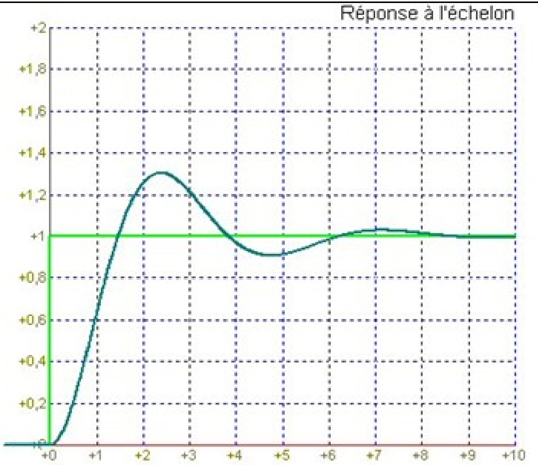
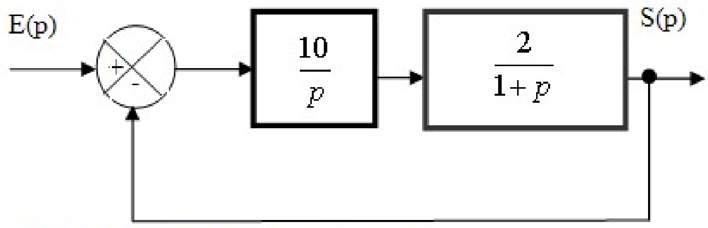


fig4

5°) - Application d'un correcteur proportionnel - intégral.



Transmittance en boucle fermée :

$$T_{BF}(p) = \frac{\frac{20}{p(1+p)}}{1+\frac{20}{p(1+p)}} = \frac{20}{20+p+p^2}$$

Travail : Pour cet exemple, donner :

- *L'expression de S(p) en réponse indicielle.*
- *L'expression de s(t) correspondante.*
- *Le temps de réponse à 5% $tr_{5\%}$ en utilisant l'abaque approprié.*
- *L'erreur statique du système.*
- *La marge de phase (utiliser le diagramme de Bode n°2 en annexe correspondant à la transmittance en boucle ouverte $T_{BO}(p)$).*

● *Retrouvez vos valeurs sur la fig 5. Le système est-il stable ?*

● *L'augmentation du gain du correcteur proportionnel permet-il de réduire, comme au -3-, le temps de réponse ?*

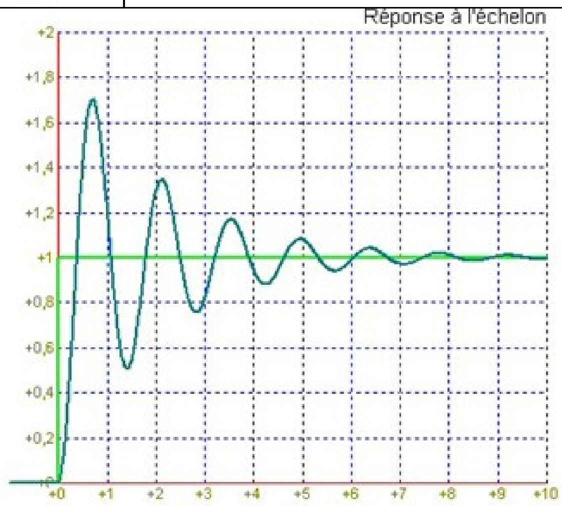
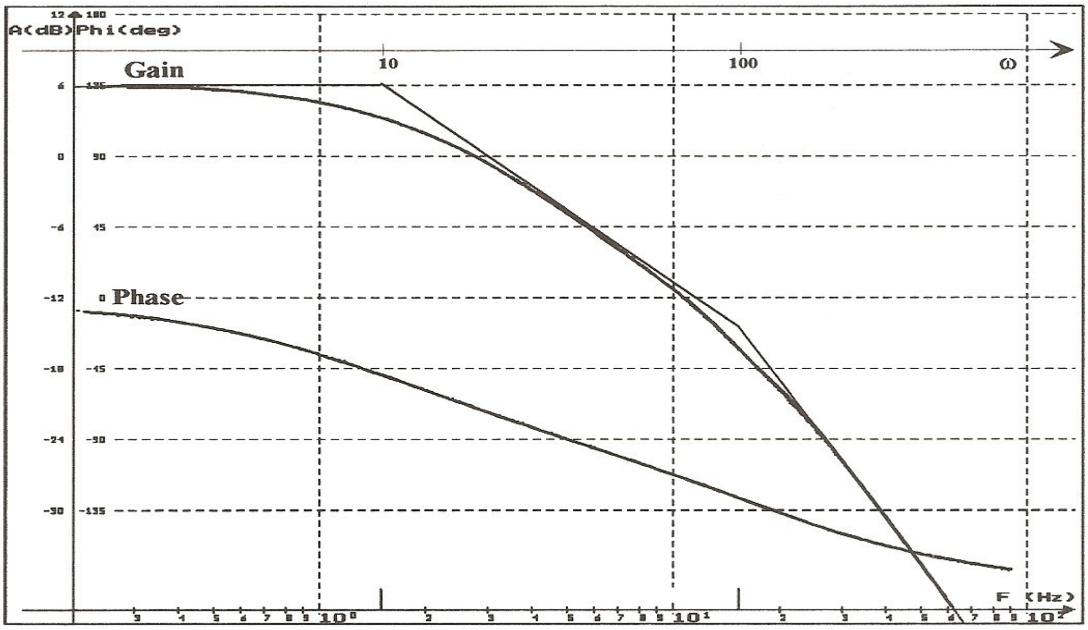


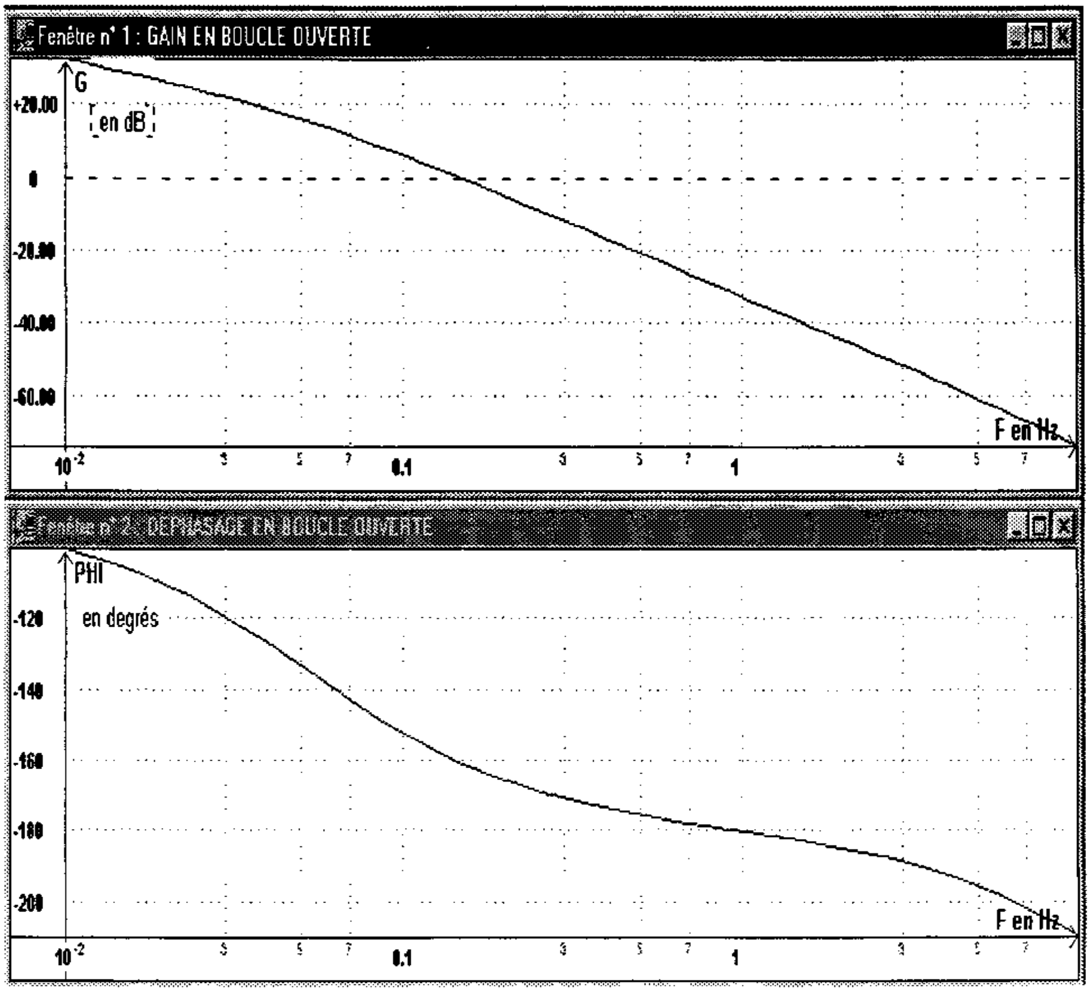
fig5

Annexe : diagrammes de Bode utiles pour les exercices.

Bode exo 2

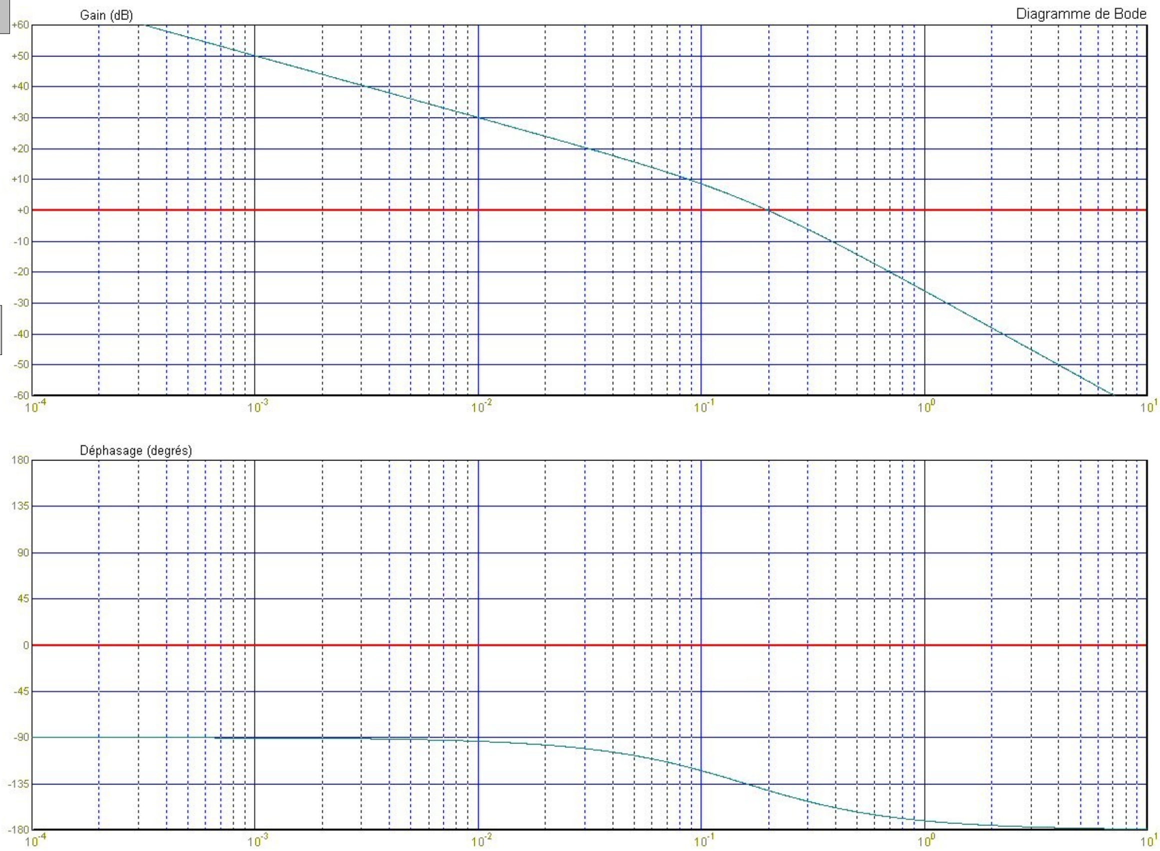


Bode exo 3



Bode exo 4

Bode n°1



Bode n°2