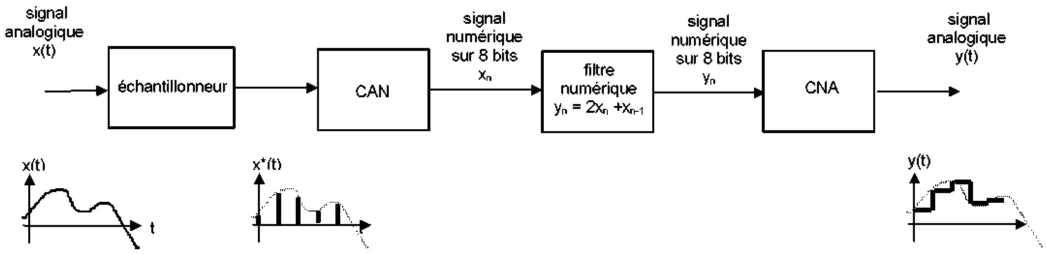
Exercices du chapitre 5 : chaîne de traitement numérique (partie 2)

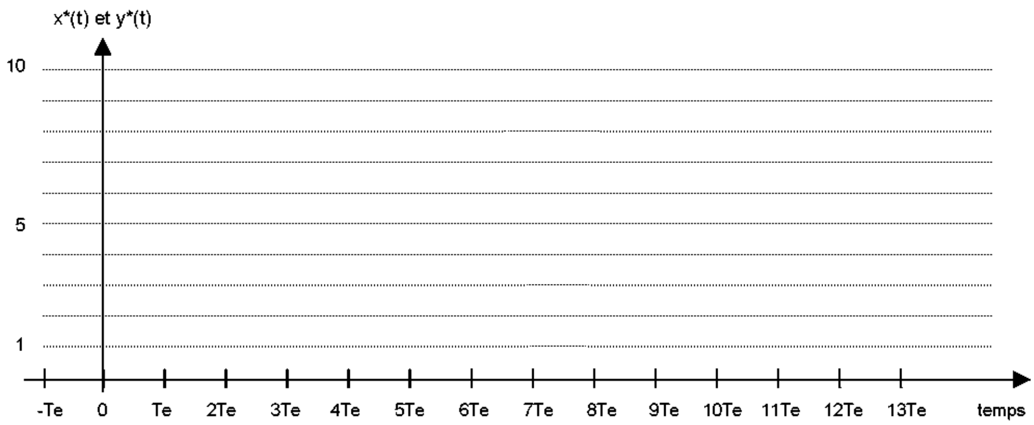
1°) - exercice de base.

Un système de traitement numérique échantillonne un signal analogique x(t) à la fréquence fe = 10 kHz et lui applique l'algorithme de filtrage : yn = 2.xn + xn-1. Cette séquence des {yn} est convertie en signal analogique y(t).

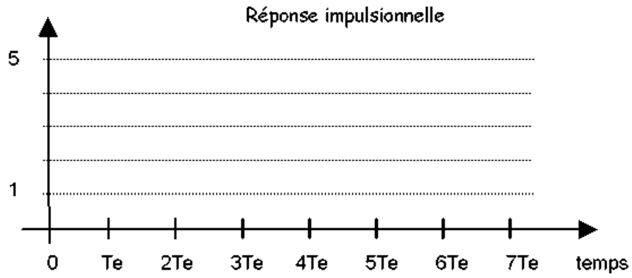


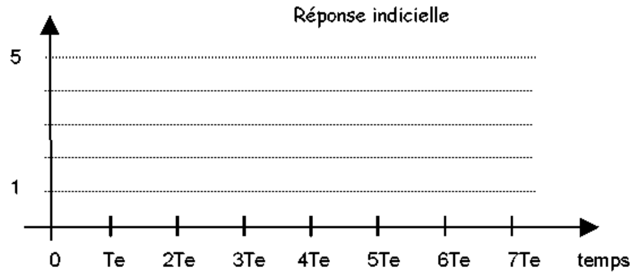
1) Le signal numérique x_n est composé des échantillons donnés dans le tableau. En déduire les valeurs décimales des échantillons x_n et tracer l'allure du signal échantillonné x*(t). Exprimer X(z).

Instant	**Signal numérique d'entrée x_n**	**Valeurs décimales de x_n**	**Valeurs décimales de y_n**
t < 0	x_i = 0000 0000 si i < 0	x_i = 0 si i < 0	
t = 0	x_0 = 0000 0001	x_0 =	
t = Te	x_1 = 0000 0011	x_1 =	
t = 2Te	x_2 = 0000 0010	x_2 =	
t = 3Te	x_3 = 0000 0010	x_3 =	
t = 4Te	x_4 = 0000 0001	x_4 =	
t = 5Te	x_5 = 0000 0011	x_5 =	
t = 6Te	x_6 = 0000 0001	x_6 =	
t = 7Te	x_7 = 0000 0001	x_7 =	
t = 8Te	x_8 = 0000 0010	x_8 =	
t = 9Te	x_9 = 0000 0000	x_9 =	
t ≥10Te	x_j = 0000 0000 si j ≥ 10	x_j = si j ≥ 10	



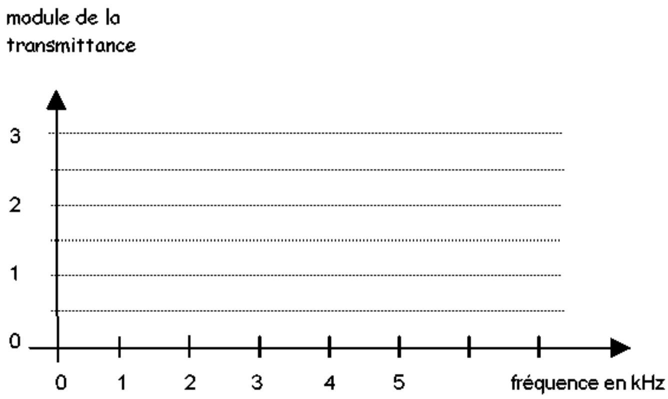
2) Calculer les échantillons y_n en appliquant l'algorithme de filtrage aux échantillons x_n et tracer l'allure du signal $y^*(t)$.
3) Tracer les réponses impulsionnelle et indicielle de ce filtre numérique. A partir de la réponse indicielle, déterminer l'amplification en continu To de ce filtre.





4) Exprimer la transformée en z de la réponse impulsionnelle et en déduire la transmittance T(z) de ce filtre numérique.
5) Exprimer la transmittance complexe $\underline{T}(j\omega)$ de ce filtre et en déduire l'expression du module et de l'argument de cette transmittance.
6) Remplir le tableau ci-dessous et tracer la courbe du module de la transmittance.

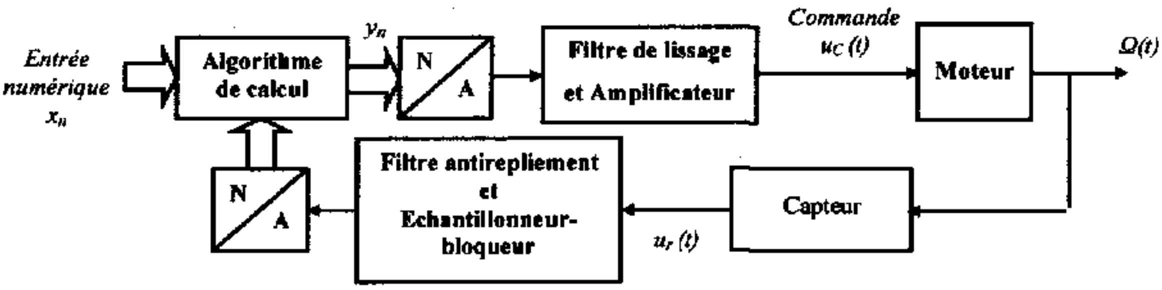
f en kHz	0	1	2	3	4	5
ITI						



En déduire le type du filtre (passe-haut, passe-bas ou passe-bande), estimer graphiquement sa fréquence de coupure f_c et retrouver la valeur de son amplification en continu To.

2°) - BTS IRIS 2007.

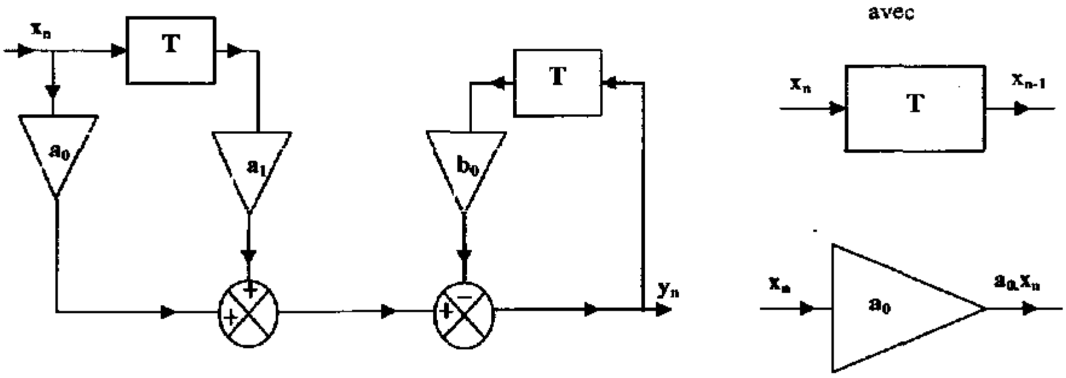
Le schéma fonctionnel ci-dessous représente un système asservi de commande de la vitesse Ω(t) d'un moteur comportant un correcteur numérique.
Ce moteur, commandé par la tension Uc (t) est modélisé par un système du premier ordre de transmittance statique Ho et de constante de temps τ : $H(p) = \frac{\Omega(p)}{Uc(p)} = \frac{H_0}{1+\tau.p}$.



III.2. Exploitation de la loi de commande (ou relation de récurrence).

Sur le schéma-bloc ci-dessous qui représente la loi de commande, on désigne par :

{xn} la séquence de nombres appliquée à l'entrée du calculateur
{yn} la séquence de nombres obtenue en sortie de {xn} et {yn}
X(z) et Y(z) les transformées en Z respectives.



III.2.1. Exploitation du schéma-bloc.

III.2.1.1. Établir l'expression de la loi de commande donnant les nombres yn en fonction des nombres xn à l'aide de la structure ci-dessus.

III.2.1.2. L'algorithme est-il récursif ou non récursif ? Justifier la réponse.

III.2.2. Exploitation de la réponse impulsionnelle de l'algorithme.
La figure 7 de l'annexe 2 représente la réponse à une impulsion de ce calculateur.

III.2.2.1. L'algorithme de la réponse impulsionnelle conduit-il à une réponse impulsionnelle infinie (R.I.I) ou à une réponse impulsionnelle finie (R.I.F) ? Justifier la réponse.

III.2.2.2. Donner les valeurs yo, y1 puis y2 prises par le nombre yn en sortie du calculateur pour les rangs : n = 0 , n = 1 puis n = 2.

III.3. Etude de la réponse du moteur en régime permanent.

L'algorithme de calcul permet de régler la tension de commande Uc(t) du moteur.
En régime permanent on a : uc(t) = Uc
Le CNA et l'amplificateur de la chaîne directe permettent d'obtenir
la relation : $U_c = D \cdot y(\infty)$ avec D = 0,5 volt

La loi de commande utilisée est : $y_n = 2{,}5\, x_n + 3\, x_{n-1} - 0{,}8\, y_{n-1}$

III.3.1 .Montrer que H(z) la transmittance en z de l'algorithme peut se mettre sous la forme : $$H(z) = \frac{3+2{,}5.Z}{0{,}8+Z}$$

III.3.2. La séquence d'entrée {xn} est une séquence échelon de hauteur 100.

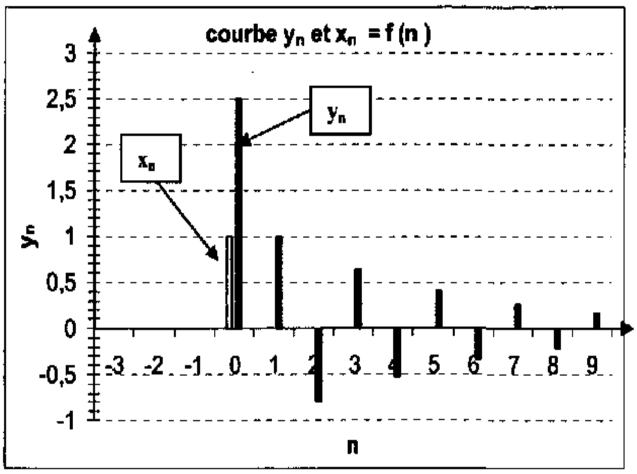
III.3.2.1. Déterminer l'expression de X(z) et celle de Y(z).

III.3.2.2. Déterminer la valeur finale $y(\infty)$ prise par la sortie y_n lorsque $n \to \infty$ en réponse à cette séquence échelon {xn}

III.3.2.3. On se propose de déterminer la valeur Ω_3 de la vitesse de rotation $\Omega(t)$ en régime permanent correspondant à la valeur finale ***y(∞)*** prise par la sortie de l'algorithme.

On rappelle que le moteur se comporte comme un système du premier ordre de transmittance statique Ho = 0,54 rad-s'.$^{-1}$ et de constante de temps τ = 50 ms.

Quelle est, dans ce cas la valeur de Uc ?
En déduire la valeur de la vitesse de rotation Ω_3 du moteur en régime permanent.



3°) - BTS IRIS 2009.

Partie E. Etude du système, dans sa version numérique (5,5 points)

Dans les véhicules récents, c'est un calculateur numérique qui gère l'ensemble des informations provenant des divers capteurs, qui donne les ordres aux actionneurs et assure leur asservissement. Un synoptique de l'asservissement numérique de position du volet d'admission d'air est donné Figure 6.

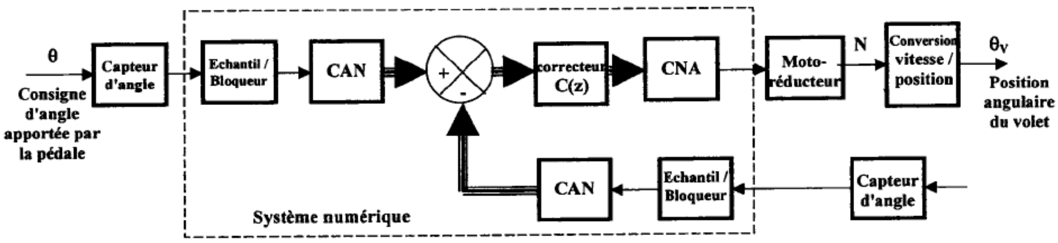


Figure 6

Des convertisseurs analogiques-numériques **8 bits** (CAN) numérisent les tensions issues des capteurs. Les CAN sont précédés d'un échantillonneur - bloqueur. La période d'échantillonnage est $T_E = 10$ ms. Le correcteur est un correcteur numérique.

E.1. Justifier la nécessité du bloqueur dans un tel système.

E.2. Quelle est la fréquence d'échantillonnage ?

E.3. Dans le cas où on n'insère pas de filtre entre le capteur et l'échantillonneur, quel problème peut survenir ?

E.4. Quel domaine de fréquence (on précisera les limites de l'intervalle) faut-il couper avant l'échantillonnage pour respecter la condition de Shannon ?

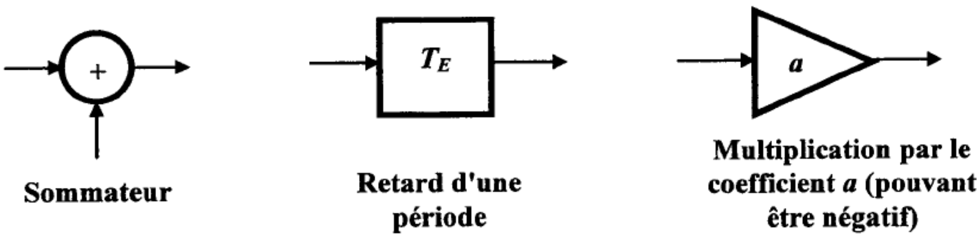
Etude du correcteur numérique

La séquence d'échantillons $\{e_n\}$ est appliquée à l'entrée du correcteur numérique. Sa sortie délivre la séquence $\{s_n\}$. Sa transmittance est $C(z) = \dfrac{S(z)}{E(z)} = \dfrac{1,2 - 1,1z^{-1}}{1 - 0,5z^{-1}}$. On note $E(z)$ et $S(z)$ les transformées en z des séquences $\{e_n\}$ et $\{s_n\}$.

E.5. Montrer que l'équation de récurrence du correcteur est $s_n = 1,2.e_n - 1,1.e_{n-1} + 0,5.s_{n-1}$.

E.6. S'agit-il d'un correcteur récursif ou non récursif ? Justifier.

E.7. Représenter la structure de l'algorithme du correcteur en utilisant autant de fois que nécessaire les symboles suivants :



E.8. Calculer les premiers termes de la réponse impulsionnelle unitaire du correcteur en remplissant le tableau du Document réponse 4. (on donne : $s_{-1} = 0$)

E.9. Exprimer la transformée en z (notée $S_i(z)$) de la réponse impulsionnelle unitaire du correcteur

E.10. Justifier la stabilité du correcteur en appliquant le théorème de la valeur finale.

Document réponse 4 : Réponse impulsionnelle ~~indicielle~~ du correcteur numérique

n	0	1	2	3
e_n				
s_n				

4°) - BTS SE 2007.

Le réservoir en mouvement autour d'une position moyenne que l'on considère comme horizontale engendre sur le capteur des variations de niveau qu'il faut éliminer par traitement numérique.

Ce traitement se fait en deux étapes :
- moyennage avec sous-échantillonnage par 100, c'est à dire que l'on conserve une valeur moyennée pour 100 valeurs acquises ; cette partie du traitement permet d'éliminer les variations rapides du signal ;
- moyennage sur 16 échantillons résultats de la première étape ; cette partie assure l'élimination des variations plus lentes du signal dues au mouvement du réservoir.

Nous n'étudierons que la seconde partie du traitement numérique.

2.1. Etude temporelle du filtre numérique.

Pour mettre en évidence l'effet de moyennage, nous étudierons un algorithme simplifié de moyenne sur 4 échantillons :

$y_n = (x_n + x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3})/4$

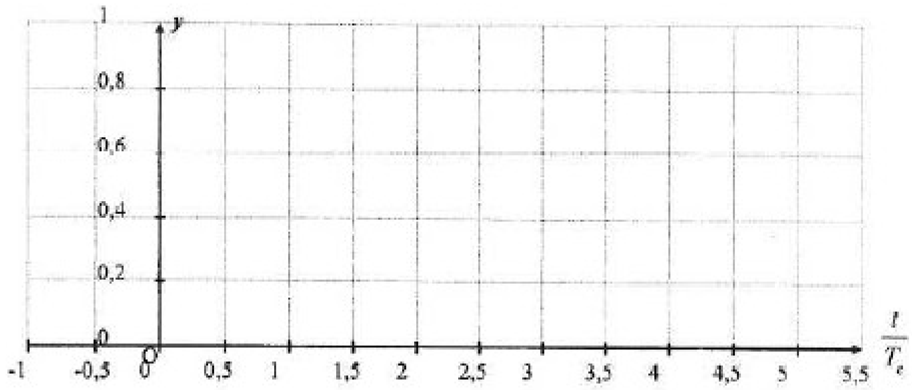
où x_{n-m} représente l'échantillon d'entrée retardé de m périodes d'échantillonnage et y_n l'échantillon de sortie à l'instant $n.T_e$.

2.1.1. Représenter une structure de réalisation de cet algorithme avec les opérateurs élémentaires : addition ou soustraction, multiplication par une constante et mémorisation (retard de T_e).

2.1.2. De quel type de filtre numérique s'agit-il et quelle est sa propriété fondamentale relative à la stabilité ?

2.1.3. Pour déterminer la réponse à un échelon d'entrée [x_n =1 si n ≥ 0, sinon x_n = 0], calculer y_n pour -1 ≤ n ≤ 5 et tracer sur le graphe réponse 2.1, la courbe y_n en fonction de $n.T_e$.

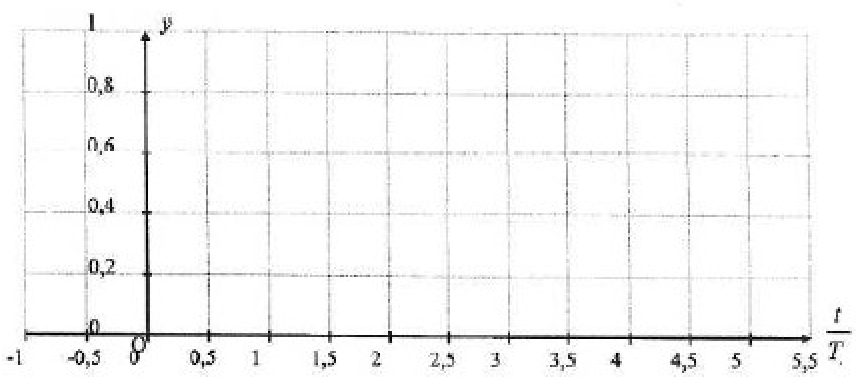
Figure 2-1 : Graphe réponse à la question 2.1.3



2.1.4. Déduire de l'allure de la courbe, en justifiant votre réponse, la nature du filtrage réalisé.

2.1.5. Une variation non significative du niveau de liquide dans le réservoir peut être assimilée à une entrée impulsionnelle : x_n = 1 pour n = 0, sinon x_n = 0. Calculer y_n pour -1 ≤ n ≤ 5 et tracer sur le graphe réponse 2.2, la courbe y_n en fonction de $n.T_e$.

Figure 2-2 : Graphe réponse à la question 2.1.5



2.1.6. Justifier l'intérêt de ce type d'algorithme par rapport à l'objectif désiré.

2.2. Etude fréquentielle du filtre numérique.

2.2.1. Etablir la fonction de transfert en z de ce filtre : $T(z) = Y(z)/X(z)$

2.2.2. En effectuant le changement de variable $z = e^{j\omega Te}$ avec ω pulsation du signal d'entrée et T_e période d'échantillonnage, établir la fonction de transfert complexe $\underline{T}(j\omega)$.

2.2.3. $\underline{T}(j\omega)$ peut s'écrire $\underline{T}(j\omega) = 0,5\ (\cos(1,5\omega T_e) + \cos(0,5\omega T_e))e^{-j1,5\omega Te}$. En déduire le module de la fonction de transfert $T(\omega)$.

2.2.4. On appelle $\varphi(\omega) = \mathrm{Arg}\ \underline{T}(j\omega)$, le déphasage introduit par ce filtre : montrer que ce déphasage s'exprime par $\varphi(\omega) = -1,5\omega T_e$.

2.2.5 En déduire l'expression du retard τ introduit par ce filtre dans la transmission des informations.

2.2.6. Préciser le domaine de fréquences utile en relation avec l'échantillonnage et déterminer la valeur du rapport f/F_e correspondant à la fréquence de coupure à -3dB sur la figure 2.1.

figure 2.1